සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2025
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தரப் பரீட்சை, 2025
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2025

සංයුක්ත ගණිතය	II
இணைந்த கணிதம்	II
Combined Mathematics	II

10 S II

B කොටස

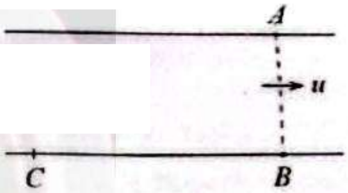
* ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) නියත f m s^{-2} මන්දනයකින් සරල රේඛාවක් දිගේ ගමන් කරන P අංශුවක්, කාලය $t = 0$ s හිදී 60 m s^{-1} ක ප්‍රවේගයකින් O ලක්ෂ්‍යයක් පසු කරයි; මෙහි $f > 0$ වේ. P අංශුව නිශ්චලතාවයට පැමිණි විගස, එය O දෙසට f m s^{-2} නියත ත්වරණයකින් චලනය වේ. O හි නිශ්චලතාවයේ පැවති තවත් Q අංශුවක්, කාලය $t = \frac{30}{f}$ s හිදී f m s^{-2} නියත ත්වරණයකින් එම සරල රේඛාව දිගේම P දෙසට චලනය ආරම්භ කර, 30 m s^{-1} ප්‍රවේගයක් ලබාගත් පසු එම නියත ප්‍රවේගයම පවත්වා ගෙන යයි. Q අංශුව නියත ප්‍රවේගයට පැමිණ තත්පර 10 කට පසු Q අංශුව P අංශුව හමුවේ. එකම රූපසටහනක, $t = 0$ s සිට P හා Q හමුවන තෙක්, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.

$f = 3$ බවත් O සිට අංශු හමුවන ලක්ෂ්‍යයට දුර 450 m බවත් පෙන්වන්න.

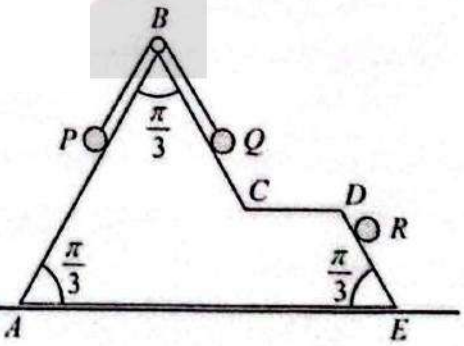
(*b*) සමාන්තර සෘජු ඉවුරු සහිත පළල a වූ ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගලයි. රූපයෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි, A, B හා C ලක්ෂ්‍ය ඉවුරු මත පිහිටා ඇත්තේ AB ඉවුරුවලට ලම්බක හා $BC = 2a$ වන පරිදි ය. P හා Q බෝට්ටු දෙකක් පිළිවෙළින් A හා B හිදී එකම මොහොතකදී තම ගමන් ආරම්භ කරයි. P බෝට්ටුව ජලයට සාපේක්ෂව $2\sqrt{5}\,u$ ප්‍රවේගයකින් $\overrightarrow{AC}$ දිශාවට ගමන් කරයි. Q බෝට්ටුව ජලයට සාපේක්ෂව $\sqrt{2}\,u$ වේගයකින් පොළොවට සාපේක්ෂව $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට ගමන් කරයි. එකම රූපයක, P හි හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අඳින්න.



පොළොවට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගයත් පොළොවට සාපේක්ෂව Q හි වේගයත් සොයන්න.

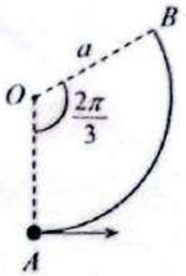
තවද, Q ට සාපේක්ෂව P හි ප්‍රවේගයේ දිශාවත් **ඒ නයින්**, P හා Q අතර කෙටිම දුරත් සොයන්න.

12. (*a*) ස්කන්ධය $10m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුට්ටියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ $ABCDE$ සිරස් හරස්කඩ රූපයේ දැක්වේ. AE අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක තබා ඇත. තවද, AB, BC හා DE ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර, CD, AE ට සමාන්තර ද $E\hat{A}B = A\hat{B}C = D\hat{E}A = \frac{\pi}{3}$ ද වේ. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $5m$, m හා m වන P, Q හා R අංශු තුනක්, පිළිවෙළින් AB, BC හා DE මත අල්වා තබා ඇත. B හිදී කුට්ටියට සවි කර ඇති සුමට සැහැල්ලු කුඩා කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට P හා Q අංශු ඈඳා ඇත. රූපයේ දක්වා ඇති පිහිටුමේ සිට තන්තුව තදව ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. කුට්ටියෙහි ත්වරණයත්, කුට්ටිය මගින් P මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.



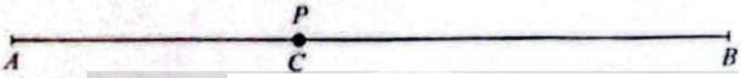
[අටවැනි පිටුව බලන්න

(*b*) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය a ද, කේන්ද්‍රය O ද හා $A\hat{O}B = \frac{2\pi}{3}$ ද වූ වෘත්තාකාර චාපයක හැඩැති AB සුමට තුනී දෘඪ කම්බියක්, OA සිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ සුමට කුඩා පබලුවක් A හි තබා $\sqrt{\frac{7ga}{2}}$ වේගයකින් කම්බිය දිගේ ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. පබලුව O වටා $\theta\left(0<\theta\leq\frac{2\pi}{3}\right)$ කෝණයකින් හැරී ඇති විට එහි v වේගය $v^2 = \frac{ga}{2}(3+4\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



තවද, කම්බිය හැර ගිය පසු, පබලුව නැවත A වෙත පැමිණෙන බව පෙන්වා, පබලුව A කරා ළඟා වන විට එහි වේගය සොයන්න.

13. $AB = 16a$ වන පරිදි, A හා B අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $3mg$ වන S_1 සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇති අතර S_1 හි අනෙක් කෙළවර A ට ඇඳා ඇත. තවද, ස්වභාවික දිග $4a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $4mg$ වන දෙවන S_2 සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ද P ට ඇඳා ඇති අතර S_2 හි අනෙක් කෙළවර B ට ඇඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, C ලක්ෂ්‍යයකදී P අංශුව සමතුලිතතාවේ පවතී.



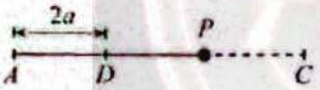
AC හි දිග හා BC හි දිග සොයන්න.

දැන්, P අංශුව B දෙසට $2a$ දුරක් ඇද, නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x}+\omega^2(x-6a)=0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වන අතර $\omega\ (>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.

$X = x-6a$ ලෙස ගෙන, $\ddot{X}+\omega^2X=0$ බව පෙන්වා මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ ආවර්ත කාලය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\dot{X}^2=\omega^2(c^2-X^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, මෙම චලිතයේ විස්තාරය c ද, P හි උපරිම වේගය ද සොයන්න.

මෙම චලිතයේදී P, C ට ළඟා වන පළමු මොහොතේදී, S_2 තන්තුව කපනු ලැබේ.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, D යනු $AD = 2a$ වන පරිදි වූ AC මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. C සිට D දක්වා P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{y}+\omega_1^2y=0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $DP = y$ වන අතර $\omega_1\ (>0)$ නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වේ.

මෙම සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය $\sqrt{\frac{68}{3}}a$ බව පෙන්වන්න.

P චලිතයේ යෙදවූ මොහොතේ සිට එය A ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වන තෙක් ගත වූ මුළු කාලය සොයන්න.

14.(*a*) O මූලය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින්, සුපුරුදු අංකනයෙන්, $\mathbf{a} = -\mathbf{i}+\mathbf{j}$ හා $\mathbf{b} = \mathbf{i}+2\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OB}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. තවද, D යනු DC, AB ට සමාන්තර හා AD, AB ට ලම්බ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OD} = -\frac{8}{5}\mathbf{i}+\frac{11}{5}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

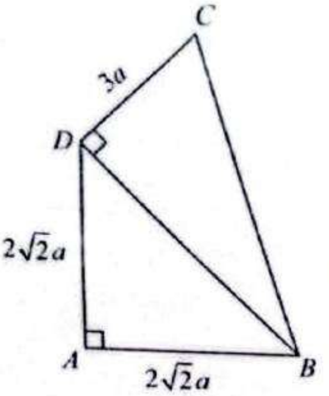
AB හා OD හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය E යැයි ගනිමු.

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{10}\overrightarrow{AB}$ බව පෙන්වන්න.

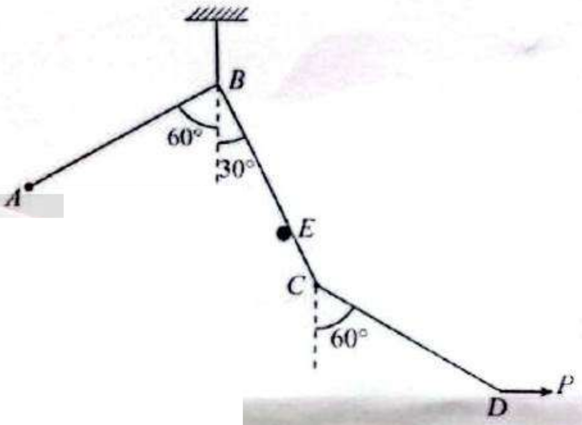
[නවවැනි පිටුව බලන්න.

(*b*) $B\hat{A}D = B\hat{D}C = \frac{\pi}{2}$, $AB = AD = 2\sqrt{2}a$ හා $CD = 3a$ වූ $ABCD$ තල චතුරස්‍රයක් රූපයෙහි දැක්වේ. විශාලත්ව $3P, 3P, 2\sqrt{2}P, 5\sqrt{2}P$ හා $3\sqrt{2}P$ වූ බල පිළිවෙළින් AB, AD, BD, BC හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය, විශාලත්ව αP හා βP වූ පිළිවෙළින් AB හා AD දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරන බල දෙකකට හා වාමාවර්ත අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය M වූ බල යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. α, β හා M හි අගයන් සොයන්න.

දැන්, ඉහත බල පද්ධතියට, චතුරස්‍රයේ තලයෙහි ක්‍රියාකරන බල යුග්මයක් එකතු කරනු ලබන්නේ නව බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය D හරහා යන පරිදි ය. එකතු කළ බල යුග්මයේ ඝූර්ණය සොයන්න.



15.(*a*) $4a$ සමාන දිගින් යුත් හා බර පිළිවෙළින් $W, 2W$ හා W වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් B සන්ධියට ඈඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර, තිරස් සිවිලිමක් මත B ට සිරස්ව ඉහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, AB හා CD දඬු එක එකක් සිරස සමග $60°$ ක කෝණයක් ද BC දණ්ඩ සිරස සමග $30°$ ක කෝණයක් ද සාදමින් හා තන්තුව තදව ඇතිව දඬු තුන සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ $BE = 3a$ වන පරිදි E හි ඇති අචල සුමට නාදැත්තක් මත BC දණ්ඩ නැබීමෙන් හා, D හිදී විශාලත්වය P වූ තිරස් බලයක් යෙදීමෙනි.



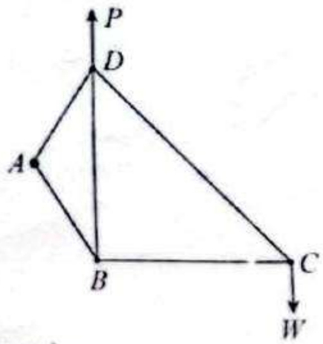
(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) නාදැත්ත මගින් BC දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{W}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) තන්තුවෙහි ආතතිය සොයන්න.

(*b*) රූපයේ පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, DA හා DB සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AB = AD = 2a$, $BC = BD = 2\sqrt{3}a$ හා $C\hat{B}D = \frac{\pi}{2}$ බව දී ඇත.

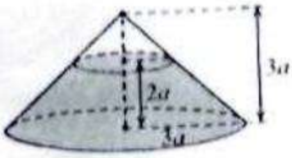
C සන්ධියේදී W බරක් එල්ලා, රාමු සැකිල්ල A හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසවු කර, BC තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ D සන්ධියේදී සිරස්ව උඩු අතට යෙදූ විශාලත්වය P වූ බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.



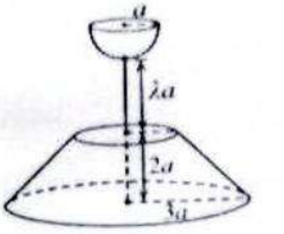
ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් සොයන්න.

16. අරය a වූ ඒකාකාර අර්ධගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද, උස h වූ ඝන ඒකාකාර සෘජු-වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

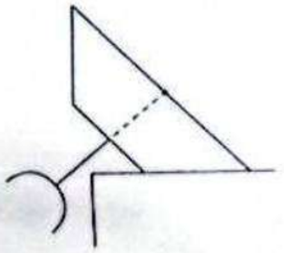
උස $2a$ වූ ඡින්නකයක් සාදා ඇත්තේ, පතුලේ අරය $3a$ හා උස $3a$ වන ඝන ඒකාකාර සෘජු-වෘත්තාකාර කේතුවකින්, එහි පතුලට සමාන්තර තලයක් හරහා කපා, කුඩා සෘජු-වෘත්තාකාර කේතුව ඉවත් කිරීමෙනි. (යාබද රූපය බලන්න). ඡින්නකය සෑදීම සඳහා ඉවත් කළ සෘජු-වෘත්තාකාර කේතුවේ ස්කන්ධය m වේ. ඡින්නකයේ ස්කන්ධය $26m$ බව පෙන්වන්න.



අරය a හා ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර අර්ධගෝලාකාර කබොලක් හා ඉහත ඡින්නකය, දිග λa හා ස්කන්ධය m වන ඒකාකාර දණ්ඩක අන්තවලට දෘඪ ලෙස සවි කර, යාබද රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, සංයුක්ත වස්තුවක් සාදා ඇත්තේ, දණ්ඩත්, අර්ධගෝලාකාර කබොලේ කේන්ද්‍රයත්, ඡින්නකයේ අක්ෂයත් යන සියල්ල එකම සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදි ය. සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, ඡින්නකයේ විශාල වෘත්තාකාර පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3}{56}(15+\lambda)a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



සංයුක්ත වස්තුව, තිරස් මේසයක් මත, ඡින්නකයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මේසය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිතික අක්ෂය හරහා සිරස් හරස්කඩ යාබද රූපයේ දැක්වේ. සංයුක්ත වස්තුව සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, $\lambda \leq \frac{11}{3}$ බව පෙන්වන්න.



17. (a) C පෙට්ටියක කළු පාට බෝල 2 ක් හා සුදු පාට බෝල 2 ක් අඩංගු වන අතර, D පෙට්ටියක කළු පාට බෝල 2 ක් හා සුදු පාට බෝල 1 ක් අඩංගු වේ. මෙම බෝල, පාටින් හැර අන් හැම අයුරකින්ම සමාන වේ. පළමුව, C පෙට්ටියෙන් එක බෝලයක් සසම්භාවී ලෙස D පෙට්ටිය තුළට මාරු කරනු ලැබේ. පසුව, D පෙට්ටියෙන් එක බෝලයක් සසම්භාවී ලෙස C පෙට්ටිය තුළට මාරු කරනු ලැබේ. දැන්, D පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) D පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් වීමේ,

(ii) D පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් බව දී ඇති විට, පළමුව C පෙට්ටියෙන් D පෙට්ටියට මාරු කළ බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) බැංකුවක පාරිභෝගිකයින් 100 දෙනෙකුගේ වාර්ෂික ඉතුරුම්වල දත්ත ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දෙයි.

ඉතුරුම්, රුපියල් දහස්වලින්	සංඛ්‍යාතය
10 – 30	35
30 – 50	40
50 – 70	15
70 – 90	10

ඉහත දත්ත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාය, මධ්‍යස්ථය, මාතය හා විචලතාවය සොයන්න.

දැන්, අමතර පාරිභෝගිකයින් x සංඛ්‍යාවක් දත්ත ව්‍යාප්තියට එකතු කරන අතර ඒ සියලුදෙනා තනි පන්ති ප්‍රාන්තරයකට අයත් වන බව සොයාගන්නා ලදි. පාරිභෝගිකයින් $(100 + x)$ දෙනාගේ වාර්ෂික ඉතුරුම්වල මධ්‍යනාය රු. 40 000 බව දී ඇත. නව පාරිභෝගිකයින් x දෙනා අයත් වන පන්ති ප්‍රාන්තරය 30 – 50 බව පෙන්වන්න.

* * *